

1. はじめに

先に、分割法を用いて RC 断面の $M\phi$ 関係を算出するエクセルマクロを掲載しました。今回は、同様に分割法によって RC 断面の応力度計算を行うマクロを紹介します。ここでいう応力度計算は、L1 地震動に対する耐震性照査に多用される許容応力度照査において、RC 断面内の発生応力を算出するための方法です。分割法を用いることで、多段配筋や矩形以外の断面形状に対応することが可能です。ここでは、矩形断面と円形断面に対する応力度計算のエクセルプログラムを提示しています。

エクセルシートを添付していますので自由に使っていただいて結構ですが、計算結果の妥当性判断については、使用者に帰するものとします。また、ソースコードについても公開しています。

2. エクセルシートの内容

①部材高さや幅、配筋条件などの断面諸元と断面力(曲げモーメントおよび軸力)を入力することで、コンクリート縁圧縮応力や鉄筋発生応力を出力するエクセルマクロです。

②複数ケースの計算に対応するために、入力データをケースごとに 1 行で入力し、RC 断面の発生応力度が 1 ケースの 1 行ずつの出力になっています。

③後述の「参考資料：分割法による RC 円形断面の発生応力度」に示す算定式に従って、RC 断面の発生応力度を計算しています。参考資料は円形断面の定式になっていますが、直径を部材高さに読み替えば、矩形断面でも同様の定式となります。なお、応力度計算のエクセルシートは、矩形断面と円形断面で、それぞれ別になっています。

④コンクリート設計基準強度および鉄筋仕様をもとに許容応力度を設定し、照査を実施しています。コンクリートおよび鉄筋の許容応力度は、コンクリート標準示方書[平成 8 年制定]設計編に掲載されている値を用いています。また、許容応力度は L1 地震動に対する耐震照査を想定し、常時での値の 50% 増しとしています。許容応力度を変更したい場合には、ソースコードを修正するか、あるいは「照査結果」のシートにおいて許容応力度を修正し表計算レベルで対応してください。

⑤せん断に関しては、矩形断面の場合、作用せん断力を断面積(幅×有効高)で除することで発生せん断応力を算定しています。円形断面の場合には、断面積の等しい正方形断面に置き換えて、矩形断面と同様の方法で発生せん断応力を算定しています。

3. 入力データおよび出力データ

3.1 矩形断面

①入出力に関するエクセルシートは、「断面諸元」、「発生応力」、「照査結果」および「分割データ」の 4 つがあります。「断面諸元」に必要なデータを入力すれば、「発生応力」に発生応力度が出力されます。また、「照査結果」には、鉄筋およびコンクリートの許容応力度に応じた照査結果が表示されます。

「分割データ」は、断面分割データを出力しており、コンクリート分割断面の中心座標および面積と鉄筋位置の座標および鉄筋断面積を表示しています。

②「断面諸元」には、「ケース」、「全高(cm)」、「分割数」、「幅(cm)」、「コンクリート強度(N/mm²)」、「鉄筋仕様」、「上筋 1 段目の呼び径、本数およびかぶり(cm)」、「上筋 2 段目の呼び径、本数およびかぶり(cm)」、「下筋 1 段目の呼び径、本数およびかぶり(cm)」、「下筋 2 段目の呼び径、本数およびかぶり(cm)」、「側方鉄筋の呼び径、本数および段数」、「曲げモーメント(kNm)」および「軸力(kN)」を入力します。ここで、側方鉄筋の本数は断面幅方向の数で段数は断面高さ方向の数を表します。さらに、上筋 2 段目

と下筋 2 段目の間を、(段数+1) の数で等間隔に分割して配置されるものとします。「上筋」および「下筋」は、正曲げモーメントが作用したときの圧縮側鉄筋および引張側鉄筋を表しています。

③「発生応力」には、「中立軸位置(cm)」、「コンクリート縁応力(N/mm²)」、「鉄筋応力(N/mm²)」および「圧縮 or 引張」が出力されます。ここに、中立軸位置は圧縮縁からの距離で示しています。また、コンクリート縁応力は圧縮縁におけるコンクリート圧縮応力度を表しています。さらに、鉄筋応力は断面高さ方向に配置される全ての鉄筋位置における鉄筋発生応力度を示しています。「圧縮 or 引張」には、対応する鉄筋位置での圧縮あるいは引張の区別を表し、C が圧縮を T が引張を意味しています。

④「照査結果」には、「ケース」、「M(kNm)」、「N(kN)」、「S(kN)」、「鉄筋応力 σ_s (N/mm²)」、「コンクリート応力 σ_c (N/mm²)」、「せん断応力 τ (N/mm²)」、「圧縮鉄筋応力 σ_{s2} (N/mm²)」、「中立軸位置 x(cm)」、「鉄筋許容応力度 σ_{sa} (N/mm²)」、「コンクリート圧縮許容応力度 σ_{ca} (N/mm²)」、「コンクリートせん断許容応力度 τ_a (N/mm²)」、「超過率 σ_s/σ_{sa} 」、「判定」(鉄筋照査)、「超過率 σ_c/σ_{ca} 」、「判定」(コンクリート照査)、「超過率 τ/τ_a 」および「判定」(コンクリートせん断照査)が出力されます。

3.2 円形断面

①入出力に関するエクセルシートは、「断面諸元」、「発生応力」、「照査結果」および「分割データ」の 4 つがあります。「断面諸元」に必要なデータを入力すれば、「発生応力」に発生応力度が出力されます。また、「照査結果」には、鉄筋およびコンクリートの許容応力度に応じた照査結果が表示されます。

「分割データ」は、断面分割データを出力しており、コンクリート分割断面の中心座標および面積と鉄筋位置の座標および鉄筋断面積を表示しています。

②「断面諸元」には、「ケース」、「断面半径(m)」、「鉄筋段数」、「半径分割数」、「コンクリート強度(N/mm²)」、「鉄筋仕様」、「配筋 1 段目の半径、90 度当たり分割および呼び径」、「配筋 2 段目の半径、90 度当たり分割および呼び径」、「配筋 3 段目の半径、90 度当たり分割および呼び径」、「曲げモーメント(kNm)」および「軸力(kN)」を入力します。ここで「半径分割数」は、断面高さの半径分の長さを分割する数を表します。また、「配筋の 90 度当たり分割」は、最上部あるいは最下部の軸方向鉄筋位置から中央部の軸方向鉄筋位置までの鉄筋間隔の数を表します。

③「発生応力」には、「中立軸位置(cm)」、「コンクリート縁応力(N/mm²)」、「鉄筋応力(N/mm²)」および「圧縮 or 引張」が出力されます。ここに、中立軸位置は圧縮縁からの距離で示しています。また、コンクリート縁応力は圧縮縁におけるコンクリート圧縮応力度を表しています。さらに、鉄筋応力は断面高さ方向に配置される全ての鉄筋位置における鉄筋発生応力度を示しています。「圧縮 or 引張」には、対応する鉄筋位置での圧縮あるいは引張の区別を表し、C が圧縮を T が引張を意味しています。

④「照査結果」には、「ケース」、「M(kNm)」、「N(kN)」、「S(kN)」、「鉄筋応力 σ_s (N/mm²)」、「コンクリート応力 σ_c (N/mm²)」、「せん断応力 τ (N/mm²)」、「圧縮鉄筋応力 σ_{s2} (N/mm²)」、「中立軸位置 x(cm)」、「鉄筋許容応力度 σ_{sa} (N/mm²)」、「コンクリート圧縮許容応力度 σ_{ca} (N/mm²)」、「コンクリートせん断許容応力度 τ_a (N/mm²)」、「超過率 σ_s/σ_{sa} 」、「判定」(鉄筋照査)、「超過率 σ_c/σ_{ca} 」、「判定」(コンクリート照査)、「超過率 τ/τ_a 」および「判定」(コンクリートせん断照査)が出力されます。

4. 計算例

計算例としては、インターネットに公開されている RC 断面の応力度計算の例を用いています。矩形断面および円形断面に関して、それぞれの URL を以下に示します。

●矩形断面：<http://homepage2.nifty.com/kamegai/html/rcj.htm>

●円形断面：<http://www.geocities.jp/kamegai2006/html/rccsj.htm>

上記の計算結果の比較は、矩形断面および円形断面ともに、エクセルシートの「Sheet5」に示しています。矩形断面については、全高 30cm、幅 100cm の断面に下筋 D19@125mm、上筋 D16@125mm の配筋とし、曲げモーメント 50kNm、軸力 50kN の条件で計算しています。また、円形断面については、断面半径 1m の断面に 40 本・D22 の配筋とし、曲げモーメント 2000kNm、軸力 1000kN の条件で計算しています。

表 1 および 2 に、矩形断面および円形断面の応力度計算結果を示します。本マクロによる結果は、インターネットフリーソフトの結果とほぼ一致していることがわかります。

表 1 矩形断面の計算結果

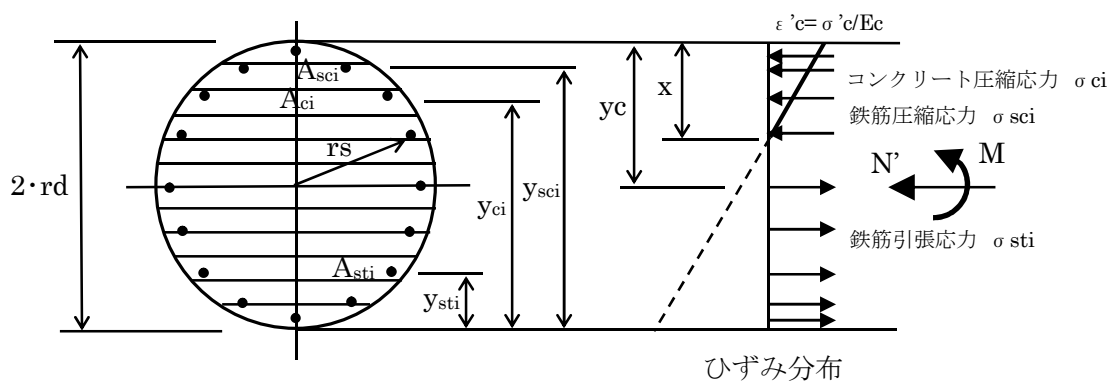
	本マクロ	フリーソフト	比
中立軸位置 x(cm)	9.855	9.844	1.001
コンクリート応力 σ'_c (N/mm ²)	5.009	5.002	1.001
鉄筋応力 σ_s (N/mm ²)	100.2	100.5	0.997

表 2 円形断面の計算結果

	本マクロ	フリーソフト	比
中立軸位置 x(cm)	61.7	61.6	1.002
コンクリート応力 σ'_c (N/mm ²)	5.18	5.16	1.003
鉄筋応力 σ_s (N/mm ²)	155.2	155.1	1.001

分割法を用いた RC 円形断面の発生応力度算定式の誘導を行う。応力度算出の手順は、以下の通りである。

- ① コンクリート発生応力および鉄筋発生応力を、コンクリート縁応力と中立軸位置（圧縮縁からの距離： x ）で表す。
- ② 部材軸方向の直応力と軸力の釣り合い、および直応力によって発生するモーメントと曲げモーメントの釣り合いにより、コンクリート縁応力と中立軸位置を未知数とする 2 つの方程式を導入する。
- ③ 上記 2 つの方程式よりコンクリート縁応力を消去し、中立軸位置に関する方程式を導入する。この方程式により、断面諸元と断面力（曲げモーメントおよび軸力）が決まると中立軸位置が求められる。
- ④ 断面諸元、断面力および中立軸位置から、コンクリート縁応力および圧縮鉄筋および引張鉄筋の応力を算出する。



<記号の意味>

rd : 断面半径、 rs : 鉄筋位置の半径

A_{ci} : i 番目の分割断面のコンクリート面積

A_{sci} : i 番目の鉄筋断面積（圧縮側）、 A_{sti} : i 番目の鉄筋断面積（引張側）

A_{si} : i 番目の鉄筋断面積（圧縮と引張を区別しない）

y_{ci} : i 番目の分割断面中心の座標（引張縁からの距離）

y_{sci} : i 番目の鉄筋位置座標（圧縮側、引張縁からの距離）

y_{sti} : i 番目の鉄筋位置座標（引張側、引張縁からの距離）

y_{si} : i 番目の鉄筋位置座標（圧縮と引張を区別しない、引張縁からの距離）

ϵ'_c : コンクリート圧縮縁のひずみ

σ'_c : コンクリート圧縮縁の応力

σ_{ci} : i 番目の分割断面のコンクリート応力（圧縮側）

σ_{sci} : i 番目の鉄筋の応力（圧縮側）

σ_{sti} : i 番目の鉄筋の応力（引張側）

x : 中立軸位置の座標（圧縮縁からの距離）

E_c : コンクリートヤング係数、 E_s : 鉄筋ヤング係数

n : ヤング係数比（ $=E_s/E_c$: 許容応力度照査では $n=15$ ）

y_c : 図心位置の圧縮縁からの距離

N' : 軸力、 M : 曲げモーメント

i 番目分割断面のコンクリート圧縮応力を求める。

コンクリート圧縮ひずみ ε'_{ci} は、圧縮縁応力 σ'_c を用いて、次式で表される。

$$\varepsilon'_{ci} = \frac{x - 2r_d + y_{ci}}{x} \frac{\sigma'_c}{E_c}$$

また、コンクリート圧縮応力は、次式で表される。

$$\sigma'_{ci} = E_c \varepsilon'_{ci} = E_c \frac{x - 2r_d + y_{ci}}{x} \frac{\sigma'_c}{E_c} = \frac{x - 2r_d + y_{ci}}{x} \sigma'_c \quad (1)$$

$$\text{コンクリート圧縮力全体} = \sum_{i(c)} \frac{x - 2r_d + y_{ci}}{x} \sigma'_c A_{ci} \quad (2)$$

($\sum_{i(c)}$ は圧縮領域における総和を示す)

次に、i 番目の鉄筋に対する圧縮応力を求める。

鉄筋圧縮ひずみ ε'_{sci} は、圧縮縁応力 σ'_c を用いて、次式で表される。

$$\varepsilon'_{sci} = \frac{x - 2r_d + y_{sci}}{x} \frac{\sigma'_c}{E_c}$$

また、鉄筋圧縮応力は、次式で表される。

$$\sigma'_{sci} = E_s \varepsilon'_{sci} = E_s \frac{x - 2r_d + y_{sci}}{x} \frac{\sigma'_c}{E_c} = n \sigma'_c \frac{x - 2r_d + y_{sci}}{x} \quad (3)$$

$$\text{鉄筋圧縮力全体} = \sum_{i(c)} n \sigma'_c \frac{x - 2r_d + y_{sci}}{x} A_{sci} \quad (4)$$

さらに、i 番目の鉄筋に対する引張応力を求める。

鉄筋引張ひずみ ε_{sti} は、圧縮縁応力 σ'_c を用いて、次式で表される。

$$\varepsilon_{sti} = \frac{2r_d - x - y_{sti}}{x} \frac{\sigma'_c}{E_c}$$

また、鉄筋引張応力は、次式で表される。

$$\sigma_{sti} = E_s \varepsilon_{sti} = E_s \frac{2r_d - x - y_{sti}}{x} \frac{\sigma'_c}{E_c} = n \sigma'_c \frac{2r_d - x - y_{sti}}{x} \quad (5)$$

$$\text{鉄筋引張力全体} = \sum_{i(t)} n \sigma'_c \frac{2r_d - x - y_{sti}}{x} A_{sti} \quad (6)$$

($\sum_{i(t)}$ は引張領域における総和を示す)

以下では、以上の応力を用い、直応力と軸力の釣り合い条件、および直応力によるモーメントと曲げモーメントの釣り合い条件から、中立軸位置 x と圧縮縁応力 σ'_c を未知数とする方程式を導入する。

直応力と軸力の釣り合い条件より、式(2)、(4)および(6)を用いて次式を得る。

$$N' = \sum_{i(c)} \frac{x - 2r_d + y_{ci}}{x} \sigma'_c A_{ci} + \sum_{i(c)} n \sigma'_c \frac{x - 2r_d + y_{sci}}{x} A_{sci} - \sum_{i(t)} n \sigma'_c \frac{2r_d - x - y_{sti}}{x} A_{sti}$$

すなわち、

$$N' = \sigma'_c \left[\sum_{i(c)} \frac{x - 2r_d + y_{ci}}{x} A_{ci} + \sum_{i(c)} \frac{x - 2r_d + y_{sci}}{x} nA_{sci} - \sum_{i(t)} \frac{2r_d - x - y_{sti}}{x} nA_{sti} \right] \quad (7)$$

直応力によるモーメントと曲げモーメントに対し、中立軸位置回りのモーメントの釣り合いより、式(1)、(3)および(5)を用いて次式を得る。

$$\begin{aligned} M + N'(x - y_c) &= \sum_{i(c)} \frac{x - 2r_d + y_{ci}}{x} \sigma'_c A_{ci} \times (x - 2r_d + y_{ci}) \\ &+ \sum_{i(c)} n \sigma'_c \frac{x - 2r_d + y_{sci}}{x} A_{sci} \times (x - 2r_d + y_{sci}) \\ &+ \sum_{i(t)} n \sigma'_c \frac{2r_d - x - y_{sti}}{x} A_{sti} \times (2r_d - x - y_{sti}) \end{aligned}$$

すなわち、

$$M + N'(x - y_c) = \sigma'_c \left[\sum_{i(c)} \frac{(x - 2r_d + y_{ci})^2}{x} A_{ci} + \sum_{i(c)} \frac{(x - 2r_d + y_{sci})^2}{x} nA_{sci} + \sum_{i(t)} \frac{(2r_d - x - y_{sti})^2}{x} nA_{sti} \right] \quad (8)$$

式(7)および(8)より、 σ'_c を消去すれば、次式を得る。

$$\frac{M + N'(x - y_c)}{N'} = \frac{\sum_{i(c)} (x - 2r_d + y_{ci})^2 A_{ci} + \sum_{i(c)} (x - 2r_d + y_{sci})^2 nA_{sci} + \sum_{i(t)} (2r_d - x - y_{sti})^2 nA_{sti}}{\sum_{i(c)} (x - 2r_d + y_{ci}) A_{ci} + \sum_{i(c)} (x - 2r_d + y_{sci}) nA_{sci} - \sum_{i(t)} (2r_d - x - y_{sti}) nA_{sti}}$$

すなわち、

$$\begin{aligned} &N' \left[\sum_{i(c)} (x - 2r_d + y_{ci})^2 A_{ci} + \sum_{i(c)} (x - 2r_d + y_{sci})^2 nA_{sci} + \sum_{i(t)} (2r_d - x - y_{sti})^2 nA_{sti} \right] \\ &= \{M + N'(x - y_c)\} \left[\sum_{i(c)} (x - 2r_d + y_{ci}) A_{ci} + \sum_{i(c)} (x - 2r_d + y_{sci}) nA_{sci} - \sum_{i(t)} (2r_d - x - y_{sti}) nA_{sti} \right] \end{aligned}$$

N' と M に関して整理すれば、

$$\begin{aligned} &N' \left[\sum_{i(c)} (x - 2r_d + y_{ci})(y_{ci} + y_c - 2r_d) A_{ci} + \sum_{i(c)} (x - 2r_d + y_{sci})(y_{sci} + y_c - 2r_d) nA_{sci} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{i(t)} (2r_d - x - y_{sti})(2r_d - y_{sti} - y_c) nA_{sti} \right] \\ &- M \left[\sum_{i(c)} (x - 2r_d + y_{ci}) A_{ci} + \sum_{i(c)} (x - 2r_d + y_{sci}) nA_{sci} - \sum_{i(t)} (2r_d - x - y_{sti}) nA_{sti} \right] = 0 \end{aligned}$$

さらに、

$$\begin{aligned} &\sum_{i(c)} \{N'(y_{ci} + y_c - 2r_d) - M\} (x - 2r_d + y_{ci}) A_{ci} + \sum_{i(c)} \{N'(y_{sci} + y_c - 2r_d) - M\} (x - 2r_d + y_{sci}) nA_{sci} \\ &+ \sum_{i(t)} \{N'(y_{sti} + y_c - 2r_d) - M\} (x - 2r_d + y_{sti}) nA_{sti} = 0 \end{aligned}$$

ここで、上式の第2項および第3項の鉄筋対象部分について、圧縮側と引張側を区別せず、座標および面積をそれぞれ y_{si} および A_{si} とすれば、中立軸位置 x を求める方程式として次式を得る。

$$\sum_{i(c)} \{N'(y_{ci} + y_c - 2r_d) - M\} (x - 2r_d + y_{ci}) A_{ci} + \sum_{i(c+t)} \{N'(y_{si} + y_c - 2r_d) - M\} (x - 2r_d + y_{si}) nA_{si} = 0$$

($\sum_{i(c+t)}$ は圧縮および引張両方の領域における総和を示す)

(9)

コンクリート圧縮縁応力 σ'_c は、式(8)を用いて、次式で算出できる。

$$\sigma'_c = \frac{M + N'(x - y_c)}{\sum_{i(c)} \frac{(x - 2r_d + y_{ci})^2}{x} A_{ci} + \sum_{i(c+t)} \frac{(x - 2r_d + y_{si})^2}{x} nA_{si}}$$
(10)

また、圧縮鉄筋応力および引張鉄筋応力は、式(1)および(3)を用いて、次式で算出される。

$$\sigma'_{sci} = n\sigma'_c \frac{x - 2r_d + y_{sci}}{x} \quad (\text{圧縮})$$
(11)

$$\sigma_{sti} = n\sigma'_c \frac{2r_d - x - y_{sti}}{x} \quad (\text{引張})$$
(12)